Философия математики — современная и вечная

В ЭТОМ номере «Логоса» представлена подборка статей, посвященных философии математики. Они подобраны с расчетом на то, чтобы познакомить читателя с этим предметом с разных сторон — от классической философии математики до самой современной. Большинство статей написаны постоянными участниками Московского семинара по философии математики, действующего уже много лет и ныне руководимого профессором Анатолием Кричевцом[1].

Философия математики существует столько же, сколько сама философия (да и знакомая нам математика началась тогда же — в 6 веке до н. э., у Пифагора и Фалеса). Очень часто для философов математика была «выделенным знанием» — примером доказательности, надежности, истины, неизменности. Особое внимание уделяли математике Пифагор и Платон, Рене Декарт и Готфрид Вильгельм Лейбниц, Иммануил Кант и Эдмунд Гуссерль. Отсюда множество разных учений: классическая философия математики могла быть пифагорейской, платонической, эмпиристской, рационалистской, трансценденталистской. Платонизм, эмпиризм, трансцендентализм и даже пифагореизм живы в ней и до сих пор[2].

Для всех классических учений математика была примером надежного знания. Расходились только объяснения того, на каком основании это знание можно считать надежным.

Для Пифагора и поздних пифагорейцев (например, Галилея), а также современных представителей пифагореизма (Макс Тегмарк) математика встроена в мир, сам мир устроен по законам математики. Здесь были религиозные варианты (Бог как геометр) или научные, как у Тегмарка (вселенная есть математиче-

1. См. URL: https://t.me/philmath.
2. *Horsten L.* Philosophy of Mathematics // The Stanford Encyclopedia of Philosophy / E. N. Zalta, U. Nodelman (eds). URL: https://plato.stanford.edu/archives/spr2023/entries/philosophy-mathematics.

ская структура с «багажом» из материи)[3]. Нечто подобное, как ни странно, предпринял Квентин Мейясу в своей знаменитой работе «После конечности»[4] — у него тоже математика фактически смыкается с устройством мира.

Для Платона и многочисленных последователей-платоников математика — это особый мир. Мы его открываем, а не конструируем. Фактически большинство работающих математиков — стихийные платоники. Это говорит о какой-то важной особенности математики: даже для современных математиков, работающих среди очень усложненных математических объектов, эти объекты автономны и, так сказать, «объективны». Они не воспринимаются как сделанные самими математиками. Пол Бенасерраф приводит, казалось бы, несокрушимый довод в пользу эпистемической недоступности мира математики, даже если бы он и существовал[5]. И в теории с ним соглашаются. Но на практике — принимают математику как данность.

В XVII веке жесткость и надежность математики начинают связывать с устройством познавательных способностей человека. У Декарта и Лейбница математика «встроена» в наш разум, наряду с общезначимыми логическими истинами. Поэтому мы просто не можем думать иначе. Аподиктическая достоверность всегда основана на том, что мы что-то не можем, что это наша особенность. Полного развития эта тема достигает у Канта в знаменитом учении об априорных синтетических суждениях. Кант тоже ссылается на аподиктическую очевидность. «Это не бывает иначе» — аргумент в пользу того, что мы так устроены. Как хорошо известно, Кант ошибся. Он не предвидел ни неевклидовых геометрий, ни контринтуитивной математики XIX–XX веков. Но если его буква опровергнута, то его дух жив. И сегодня многие исследователи считают, что человеческая математика определяется устройством познавательных способностей человека, только эти способности оказались неожиданно сильными.

3. *Tegmark M.* The Mathematical Universe // Foundations of Physics. 2008. Vol. 38. P. 101–150.
4. См.: *Мейясу К.* После конечности. Эссе о необходимости контингентности. Екатеринбург; М.: Кабинетный ученый, 2017.
5. См.: *Horsten L.* Op. cit. Para. 3.4 Benacerraf's Epistemological Problem. URL: https://plato.stanford.edu/archives/spr2023/entries/philosophy-mathematics/#BenEpiPro.

Начиная с XX века пафос философии математики смещается в сторону неклассических эпистемологий. Пионером был Фридрих Ницше, правда, мало услышанный. А он, кажется, впервые заговорил о том, что математические положения, как частный случай категорий рассудка, конструируются нами для удобства видеть мир постоянным[6], то есть имеют прагматический характер, служат внешним целям. XX век в философии математики — эпоха конструктивизма, от социального до радикального. Математика, так сказать, спускается с небес на землю, рассматривается как обычная человеческая деятельность, «антропологический феномен»[7].

Изменилась и сама математика. Неклассическая математика формальна, не-интуитивна[8], сильно завязана на язык[9] и, опять же, нацелена на результат. Она уже и сама не претендует на свой ранее очевидный «безусловный» статус. Как классическая математика идеально служила образцом для классической рациональности, так современная — служит материалом для рациональности неклассической.

В современной философии математики изменились представления не только о математике, но и о более общих вещах — о природе истины, о том, откуда и как рождается научное знание, как оно живет и передается в поколениях. Появились учения социального и радикального конструктивизма, утверждающие, что знание конструируется в зависимости от устройства человека (эволюционная эпистемология Конрада Лоренца[10], радикальный конструктивизм Эрнста фон Глазерсфельда[11]), в зависимости от устройства социальных институтов («сильная программа»

6. *Ницше Ф.* Воля к власти как познание // Он же. Воля к власти. М.: Эксмо, 2017. С. 309, 349.
7. *Витгенштейн Л.* Филос. раб. М.: Гнозис, 1994. Ч. II. С. 190.
8. *Грей Дж.* Призрак Платона: модернистская трансформация математики. М.: Канон+, 2021.
9. *Гуссерль Э.* Начало геометрии. Введение Жака Деррида / Пер. с фр. М. Маяцкого. М.: Ad Marginem, 1996. С. 228.
10. *Лоренц К.* Кантовская доктрина априори в свете современной биологии // Человек. 1997. № 5. С. 19–41; *Фоллмер Г.* Эволюционная теория познания: врождённые структуры познания в контексте биологии, психологии, лингвистики, философии и теории науки. М.: Русский двор, 1998.
11. *Von Glasersfeld E.* Key Works in Radical Constructivism / M. Larochelle (ed.). Rotterdam; Taipei: Sense Publishers, 1991.

Дэвида Блура[12]). Общепринято, что в науке нет кумулятивного роста, есть смена парадигм с весьма внерациональными основаниями и с потерей и пересмотром части прежнего знания (научные революции Томаса Куна). Полемика по этим вопросам носит острый характер, поскольку зависимость от социума и научные революции с потерей и пересмотром знания на примере математики показать совсем не просто, и не факт, что это будет явно показано.

Блур считал, что нашел возможность «альтернативной математики»[13]. Он пишет, что для древнегреческих математиков «единица не была числом». Но этот пример не выдерживает критики: утверждение, что единица не число, характеризует околоматематические спекуляции древнегреческих математиков, а совсем не их математику. Во всех примерах типа «3+1=4» единица работала у них точно так же, как она работает и у нас, поэтому можно сказать, что их философия математики отличалась от нашей, но сама математика была всегда та же самая. Хорошая альтернативная математика — как, например, хорошая альтернативная музыка — нашлась бы, если бы в одной культуре было бы, условно говоря, «2+2=4», и эта культура строила бы здания, и эти здания стояли; а в то же время в другой культуре было бы, условно, «2+2=5», и эта культура тоже строила бы здания, и эти здания стояли. Вот тогда можно было бы говорить об альтернативной математике, но такие две культуры, разумеется, не найдены. Поэтому надежность математики трудно оспорить, и она по-прежнему представляет для неклассических эпистемологов важный и непреодоленный вызов.

Предлагаемые статьи ориентированы и на традиционную (классическую), и на современную (неклассическую) философию математики, поскольку та и другая сосуществуют и даже обмениваются идеями.

Открывает номер обзорная статья Владислава Шапошникова «Двуликий Янус: образы математики в зеркале истории». В ней автор дает широкую панораму того, как толковали математику на протяжении ее развития сами математики и филосо-

12. *Блур Д.* Сильная программа в социологии знания // Логос. 2002. № 5–6 (35). С. 1–24.
13. *Он же.* Возможна ли альтернативная математика? // Социология власти. 2012. № 6–7 (1). С. 150–177.

фы. Он приводит примеры «разрывов» в единстве математического знания, различного понимания роли чистой и прикладной математики, анализирует ее связи с теологией, логикой, механикой — и находит массу неожиданных параллелей. Математика двулика, утверждает он, она с самого начала была двуликой, одновременно божественной и человеческой, и сейчас эта двуликость предстает в виде сложного взаимодействия чистой и прикладной математики.

В статье Елены Косиловой «Борьба сомнения с созерцанием: к ситуации в современной философии математики» приведен общий обзор судьбы созерцания в философии математики. Делая этот обзор, автор показывает, что надежность математики ставится под сомнение вместе с уходом созерцания, и в будущем математика, возможно, станет чисто умственной и даже «нечеловеческой» игрой по произвольным правилам, в которой проблема истинности не будет иметь смысла.

Статья Анатолия Кричевца «Математический объект как подарок» — образец «вневременной» философии математики. Она исследует системность математических понятий, привлекая идеи Канта о способности суждения и выдвигая на первый план трансцендентальную составляющую, то есть связь математики как априорного построения с опытом. Здесь затронута и вигнеровская проблема непостижимой эффективности математики на примерах динамики Исаака Ньютона и возникновения понятия комплексного числа.

Алексей Сухно и Вячеслав Гулин в своей статье «Контингентность сущего и дифференциальные уравнения» полемизируют с Мейясу, предлагая интересное новое видение дифференциальных уравнений — как законов, допускающих одновременно стабильность и контингентность сущего.

Далее мы переходим к неклассическим подходам, ориентированным на праксис математики, математику как деятельность.

Статья Алексея Барабашева «Математика как инструмент социальных исследований: к новому пониманию социальной реальности» подробно исследует прикладной аспект современной математики. В ней мы видим, что математика уже активно работает в тех областях, в которые она пришла относительно поздно, прежде всего в социальных науках. Причем, как указывает автор, эта математика становится неклассической, в частности, фундаментальные вопросы обоснованности в ней отходят на задний план.

Статья Зинаиды Сокулер «Чистая и прикладная математика в свете „сильной программы“ Дэвида Блура» развивает социально-конструктивистские идеи Блура, однако главная проблема, которая в ней рассматривается, — проблема собственно рациональности. На одном конкретном примере из истории самолетостроения показано многообразие типов рациональности и их зависимость от социальных институтов. К тому же это важная иллюстрация блуровского положения из «сильной программы» о том, что как удачные научные решения, так и неудачные симметрично объясняются из социальной организации науки.

Елена Косилова